

В. І. Горбачук

Категорій теорія

КАТЕГОРІЙ ТЕОРІЯ – розділ *математики*, в основі якого лежить поняття категорії, яке виділяє низку алгебраїчних властивостей сукупностей морфізмів однотипних математичних об'єктів за умови, що ці сукупності містять тотожні перетворення та є замкненими відносно послідовного виконання (суперпозиції або множення) відображень. Отже, кожна категорія K складається з елементів двох класів – $Ob K$ об'єктів (множин, тополог. просторів, груп) та $Mor K$ морфізмів (відображень множин одна в одну, гомоморфізмів груп, кілець, алгебр, неперерв. відображень тополог. просторів та ін.). Кожний морфізм M категорії K має однозначно визначені початок – об'єкт A та кінець – об'єкт B . Усі морфізми зі спіл. початком A та кінцем B утворюють підмножину $HK(A, B)$ класу $Mor K$. Морфізм $M \in Mor K$ належить одній і тільки одній множині $HK(A, B)$. Множина $HK(A, B)$ обов'язково містить тотож. морфізм і в класі $Mor K$ задано частковий закон множення: добуток $M_1 M_2$ морфізмів $M_1 \in HK(A, B)$ і $M_2 \in HK(C, D)$ визначений лише тоді, коли $B = C$ і належить множині $HK(A, D)$. При цьому для довл. морфізмів з $Mor K$ виконується закон асоціативності. Поняття «категорія» введено 1945. Походження та розвиток K . т. пов'язаний з алгебраїч. топологією. Унаслідок дослідж. виявлено об'єднуючу й уніфікуючу ролі категорії і пов'язаного з нею поняття «функтор» для багатьох розділів математики. Приклади категорій: Ens (клас $Ob Ens$ складається з усіх можливих множин, клас $Mor Ens$ – із всеможливих відображень множин одна в одну), тополог. просторів Top (клас $Ob Top$ складається із всеможливих тополог. просторів, клас $Mor Top$ – з усіх неперерв. відображень тополог. просторів), груп Gr (клас $Ob Gr$ складається із всеможливих груп, $Mor Gr$ – з усіх гомоморфізмів груп); множення збігається з послідов. виконанням відображень (у перших двох випадках) і геоморфізмів (у третьому). Підгрупа з одиницею є категорією з одним об'єктом, і, навпаки, кожна категорія з одним об'єктом є підгрупою з одиницею. У наведених прикладах усі категорії конкретні, тобто ізоморфно вкладаються в категорію множин. Але не всі категорії є конкретними. Запас прикладів категорій можна значно розширити за допомогою різноманіт. конструкцій, зокрема категорії функторів або категорії діаграм. У 1950-х рр. теоретико-категор. аналіз основ теорії гомологій зумовив появу т. зв. абелевих категорій, у рамках яких стало можливим зробити осн. побудови гомолог. алгебри. У наступ. десятилітті значно зріс інтерес до неабелевих категорій, які сприяли розв'язанню нових задач логіки, заг. алгебри, топології

та алгебраїч. геометрії. Інтенсив. розвиток універсал. алгебри й аксіоматичні побудови теорії гомотопій заклали основи категор. вивчення многовидів універсал. алгебр, теорії ізоморфізмів прямих розкладів, теорії спряжених функторів, теорії двоїстості функторів. Остан. часом виявлено суттєві взаємозв'язки між цими дослідженнями. Завдяки теорії віднос. категорій встановлено двоїстість між теорією гомотопій і теорією універсал. алгебр, що базується на інтерпретації категор. визначень моноїда і комоноїда в певних категоріях функторів. Водночас із розвитком заг. теорії віднос. категорій математики займаються виділенням спец. конкрет. класів таких категорій.

Рекомендована література

1. B. Mitchell. Theory of categorie. New York, 1965;
2. H. Schubert. Kategorien. Bd. 1–2. Berlin, 1970;
3. Букур И., Деляну А. Введение в теорию категорий и функторов. Москва, 1972;
4. Цаленко М. Ш., Шульгейфер Е. Г. Основы теории категорий. Москва, 1974;
5. Мак- Лейн С. Категория для работающего математика / Пер. с англ. Москва, 2004;
6. Кругляк С. А., Ройтер А. В. Локально-скалярные представления графов в категории гильбертовых пространств // Функционал. анализ и его приложения. 2005. Т. 39, вып. 2;
7. Кругляк С. А., Назарова Л. А., Ройтер А. В. Ортоскалярные представления колчанов, соответствующих расширенным графам Дынкина в категории гильбертовых пространств // Там само. 2010. Т. 44, вып. 1.

Бібліографічний опис:

Категорій теорія / В. І. Горбачук// Енциклопедія Сучасної України [Електронний ресурс] / Редкол.: І. М. Дзюба, А. І. Жуковський, М. Г. Железняк [та ін.] ; НАН України, НТШ. – К. : Інститут енциклопедичних досліджень НАН України, 2012. – Режим доступу:

<https://esu.com.ua/article-11036>

2001-2025 © Ця енциклопедична стаття захищена авторським правом згідно з чинним законодавством України ([докладніше](#)).