В. І. Горбачук. Інтегральне числення. *Енциклопедія Сучасної України* (2011)
ISBN 966-02-2074-X

В. І. Горбачук

Інтегральне числення

ІНТЕГРА́ЛЬНЕ ЧИ́СЛЕННЯ – одна зі складових математичного аналізу, що вивчає інтеграли та їх застосування. Осн. поняття І. ч. – невизначений та визначений інтеграли. Метою диференціал. числення є знаходження похідної від заданої функції, але у багатьох випадках треба розв’язувати обернену задачу – відшукання функції $F(x)$, похідна $F'(x)$ від якої збігається із заданою функцією $f(x)$. Функція $F(x)$ називається первісною для $f(x)$. Вона існує не для всякої $f(x)$. Але якщо $f(x)$ неперервна на заданому відрізку, первісна функція існує завжди; більше того, таких функцій є нескінченна кількість. Множина всіх первіс. функцій для функції $f(x)$ називається невизначеним інтегралом від $f(x)$ і позначається символом $\int f(x)dx$. Отже,

$$\int f(x)dx = F(x) + C,$$

де C – довільна стала. Операція відшукання невизначеного інтеграла від заданої функції називається інтегруванням цієї функції і є дією, оберненою до диференціювання.

Припустимо, що функція $f(x)$ задана на відрізку $[a, b]$. Визначений інтеграл $\int_a^b f(x)dx$ від $f(x)$ на $[a, b]$ визначається як границя інтеграл. сум

$$\sigma_n = \sum_{k=0}^{n-1} f(c_k)(x_{k+1} - x_k),$$

де c_k – довільно вибрана точка з проміжку (x_k, x_{k+1}), $a = x_0$ x_1 … $x_n = b$ – довільне розбиття інтервалу $[a, b]$. Якщо ця границя існує і не залежить від способу розбиття $[a, b]$, то $f(x)$ інтегрована на відрізку $[a, b]$. Зв’язок між невизначеним та визначеним інтегралами задається формулою Ньютона–Ляйбніца:

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a).$$

Визначений інтеграл застосовують для обчислення площ криволіній. фігур, швидкості руху за його прискоренням, моментів інерції, роботи сил тощо. Поняття визначеного інтеграла узагальн. з часом у зв’язку з необхідністю його застосування в різних напрямах. Так з’явилися криволінійні, кратні, поверхн. інтеграли, інтеграли Рімана, Лебеґа, Бохнера, Данжуа та ін. Виникнення І. ч. пов’яз. переважно з обчисленням площ і об’ємів, в його основу покладено способи, які застосовували саме з цією метою Архімед та ін. античні математики. Важл. внесок у розвиток І. ч. зробили в 16–17 ст. Й. Кеплер, Б. Кавальєрі, Е. Торрічеллі, Б. Паскаль. І. Ньютон і Ґ.-Ф. Ляйбніц незалежно один від одного розробили для цих операцій системи позначень та правил, з’ясували у заг. формі зв’язок між ними й виділили їх у самост. розділ математики, засади якого широко застосовують у механіці. Подальший розвиток І. ч. пов’яз. з іменами І. Бернуллі, Л. Ейлера, О. Коші, Ґ. Рімана, Е. Бореля, А. Лебеґа, Ж. Ліувілля, П. Чебишева, Н. Лузіна та ін. Значний внесок в І. ч. для функцій багатьох змінних зробив *М. Остроградський*, ім’ям котрого названо осн. формулу І. ч. – формулу інтегрування по частинах Остроградського–Ґаусса, яка є незамін. інструментом при дослідж. рівнянь матем. фізики.

Рекомендована література

1. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: В 3 т. Москва, 1958–60;
2. Кудрявцев Л. Д. Математический анализ. Москва, 1973;
3. Давидов М. О. Курс математичного аналізу: У 3 ч. Ч. 1. К., 1976;
4. Шкіль М. І. Математичний аналіз: У 2 ч. Ч. 1. К., 1978.

Бібліографічний опис:

Інтегральне числення / В. І. Горбачук// Енциклопедія Сучасної України [Електронний ресурс] / Редкол.: І. М. Дзюба, А. І. Жуковський, М. Г. Железняк [та ін.] ; НАН України, НТШ. – К. : Інститут енциклопедичних досліджень НАН України, 2011. – Режим доступу: https://esu.com.ua/article-12381

2001-2025 © Ця енциклопедична стаття захищена авторським правом згідно з чинним законодавством України (докладніше).