Ю. М. Березанський. Інтегральні рівняння. *Енциклопедія Сучасної України* (2011)
ISBN 966-02-2074-X

Ю. М. Березанський

Інтегральні рівняння

ІНТЕГРА́ЛЬНІ РІВНЯ́ННЯ – рівняння, що пов’язують шукану функцію з інтегралом від неї. До І. р. зводиться чимало задач фізики, крайових задач і задач на власні значення для диференціал. рівнянь та ін. Найбільш вивченими є лінійні І. р., зокрема рівняння Фредгольма 2-го роду, які у найпростішому випадку мають вигляд

$$u(x) - \int_a^b K(x, y)u(y)dy = f(x),$$
$$a \leq x \leq b,$$

де $u(x)$ – шукана, $K(x, y)$ (ядро) та $f(x)$ – задані функції. Якщо це рівняння наближено замінити на систему алгебр. лінiй. рівнянь відносно невідомих $u_j = u(x_j)$, $a \leq x_j \leq b$, $j = 1, 2,\ldots, n$, то отримаємо систему вигляду

$$u_j - \sum_{k=1}^{n} K_{jk}u_k = f_j,\ j = 1, 2,\ldots, n,$$

для якої з алгебри є добре відомими умови розв’язності. Аналогічна теорія розв’язності (т. зв. теорія Фредгольма) розроблена і для І. р. типу Фредгольма. Важл. роль у теорії І. р. відіграють т. зв. власні функції. Функція $\varphi \neq 0$ називається власною для рівняння Фредгольма із власним значенням λ, якщо

$$\int_a^b K(x, y)\varphi(y)dy = \lambda\varphi(x) \quad (a \leq x \leq b).$$

Теорія власних функцій досить добре розвинена для рівнянь з ермітовим ядром K, тобто таким, що $K(x, y) = K(y, x)$. У цьому випадку власні функції подібні до системи тригонометр. функцій або системи власних векторів ермітової матриці: вони є ортогонал., за ними можна будувати розклади довільної функції в ряди, аналогічні ряду Фур’є тощо. Важл. частинним випадком рівняння Фредгольма є т. зв. рівняння Вольтерра, котре одержують із рівняння Фредгольма при заміні b на x; таке рівняння розв’язне для довільної функції $f(x)$. Теорія І. р. стимулювала розвиток теорії операторів в абстракт. просторах і *функціонального аналізу*. У цьому напрямі в Україні отримали класичні результати Н. Ахієзер, *В. Марченко*, М. Крейн та їхні учні.

Рекомендована література

1. Михлин С. Г. Лекции по интегральным уравнениям. Москва, 1959;
2. Трикоми Ф. Интегральные уравнения. Москва, 1960;
3. Петровский И. Г. Лекции по теории интегральных уравнений. Москва, 1965;
4. Колмогоров А. М., Фомін С. В. Елементи теорії функцій і функціонального аналізу. К., 1974.

Бібліографічний опис:

Інтегральні рівняння / Ю. М. Березанський // Енциклопедія Сучасної України [Електронний ресурс] / Редкол.: І. М. Дзюба, А. І. Жуковський, М. Г. Железняк [та ін.] ; НАН України, НТШ. – К. : Інститут енциклопедичних досліджень НАН України, 2011. – Режим доступу: https://esu.com.ua/article-12382