ISBN 966-02-2074-X

В. В. Кириченко

Алгебра

А́ЛГЕБРА (араб. аль-джабр (аль-габр) – відбудова розрізнених частин) – розділ *математики*, в якому вивчають дії над величинами, незалежно від їхніх числових значень. Перші алгебричні поняття і методи виникли в Стародав. Єгипті та Вавилоні внаслідок пошуку заг. методів розв’язування арифмет. задач практ. характеру. Із сучас. погляду це були методи розв’язування алгебрич. рівнянь 1-го, 2-го і навіть окремих типів рівнянь 3-го степеня. Тоді ж виникли спец. назви й позначення невідомої величини в рівняннях. Розробкою теорії рівнянь займалися і давньогрец. математики, зокрема Діофант Александрійський (3 ст. н. е.). У його кн. «Арифметика» було здійснено перехід до буквенної А. Досягненням стародав. китай. математики є розробка заг. методу розв’язування систем лінійних рівнянь із 3-, 4- та 5-ма невідомими. Значний внесок у розвиток А. зробили середньоазіат. науковці. У 9 ст. завдяки працям узб. математика М. Хорезмі (аль-Хорезмі) А. повністю відокремилася від арифметики й геометрії, а сам термін «А.» походить від назви його праці «Аль-джабр аль-мукабала». Назва цього твору фактично означає правила перетворення алгебрич. рівностей. У працях математиків Серед. Азії та Близького Сх. у 9–15 ст. на основі досягнень стародав. та індій. математики розроблено системат. теорію алгебрич. рівнянь 1-го і 2-го степеня. Важл. етапом у розвитку А. були дослідження європ. вчених 15–16 ст. Н. Тарталья, Дж. Кардано, Л. Ферарі, Ф. Вієста: побудова теорії розв’язання алгебрич. рівнянь 3-го та 4-го степеня, розвиток вчення про комплексні числа, завершення створення буквен. А. та матем. символіки. Завдяки їм викладено у заг. формі алгебричні правила і властивості перетворень. Помітну роль для розвитку А. відіграли праці Р. Декарта «Міркування про метод» (1637), де алгебричні методи застосовано до геометрії; І. Ньютона «Загальна арифметика» (1707), де викладення А. ведеться у тісному зв’язку з обчислювал. методами; Л. Ейлера «Універсальна арифметика», де А. вперше представлена як самост. галузь математики. Подальший розвиток А. був зосередж. навколо двох проблем – розв’язності алгебрич. рівнянь у радикалах та доведення осн. теореми алгебри. Ж. Лаґранж вперше поставив питання: чому методи, які застосовувано при розв’язуванні рівнянь степеня, меншого за 5, непридатні для рівнянь вищих порядків. Це привело його до розгляду рац. функцій від коренів і їх поведінки при перестановках коренів. Він увів групу підстановок і довів перші теореми теорії груп. Ці дослідж. продовжили К. Ґаусс, Н. Абель, Е. Ґалуа. На поч. 19 ст. вони зробили надзвичайно вагомі відкриття, які спонукали введення нових алгебрич. понять, таких, як поле, кільце, група, структура та ін. Тут у першу чергу слід згадати доведення К. Ґауссом осн. теореми алгебри, результат Н. Абеля про нерозв'язність у радикалах рівнянь степеня, більшого, ніж 4, та з'ясування Е. Ґалуа умов розв'язності в радикалах алгебрич. рівняння (розв'язна група). Слід особливо відзначити працю К. Ґаусса «Арифметичні дослідження» (1801), що мала вирішал. вплив на всіх математиків у галузі теорії чисел і алгебри упродовж 19 ст. На межі 19– 20 ст. А. завдяки працям Д. Ґільберта, Е. Ласкера, Е. Артіна, Е. Ньотер перетворилася на заг. теорію алгебрич. операцій. Видатну роль у розвитку А. зіграла монографія Б.-Л. ван дер Вардена «Сучасна алгебра» (1930). Важл. розділом А., який відокремився в цей час, є лінійна А. та теорія *матриць*. Фундам. дослідження у цій галузі науки належить К. Жордану, Л. Кронекеру та Г. Фробеніусу.

Знач. внесок у розвиток А. зробили укр. вчені. Від 1902 в Київ. університеті працював видат. математик Д. Ґраве. Він заснував відомий наук. семінар і створив першу в Рос. імперії алгебричну школу, що в подальшому стала осередком розвитку алгебри в СРСР. До неї належали такі відомі алгебристи, як *О. Шмідт*, М. Кравчук, Б. Делоне, *М. Чеботарьов*, В. Вельмін, *О. Островський*. Внесок М. Кравчука в лінійну алгебру досить вагомий. Нормальна форма Кравчука в представленні комутатив. нільпотентної алгебри матриць – один з термінів, що увічнили його ім'я в матем. науці. Вперше в світ. матем. літературі О. Шмідт у монографії «Абстрактная теория групп» (К., 1916) виклав основи теорії груп без обмежень скінченності. Він у 1929 заснував каф. вищої алгебри Моск. університету. М. Чеботарьов організував відому алгебричну школу. Учнями Б. Делоне були *І. Шафаревич* та Д. Фадєєв, які створили потужні алгебричні школи відповідно у Москві та Ленінграді. Перші глибокі результати в теорії напівгруп і квазігруп належать проф. Харків. університету *А. Сушкевичу*. Цей новий напрям розвинули його учні як у Харкові (Л. Глускін), так і далеко за межами України. Від серед. 50-х рр. 20 ст. розвиток А. в Київ. університеті пов'язаний з ім'ям видат. математика Л. Калужніна, який відродив алгебричні традиції Київ. університету. Важл. роль у теорії диференціал. рівнянь у частинних похідних відіграли праці Я. Лопатинського з теорії диференціал. кілець. У Львів. університеті він створив відому алгебричну школу, представниками якої були С. Берман і П. Казимірський. У 50– 60-х рр. С. Берман в Ужгород. університеті. створив школу з теорії групових кілець та теорії зображень. Його учнями є П. Гудивок, А. Бовді, В. Дроботенко, В. Рудько та ін. Дослідж. М. Крейна (Одеса) з теорії топологіч. груп і гармоніч. аналізу на таких групах відіграли значну роль у розвитку теорії груп. Відкриття ним своєрід. принципу двоїстості для довільної комутативної групи привело Г. Каца (Київ) до введення нового об'єкта – кільцевої групи (алгебри Каца) і узагальнення результатів М. Крейна на локально компактні групи. С. Крейн і Ю. Березанський (Київ) побудували гармоніч. аналіз на гіперкомплекс. системах, аксіоматика яких, як потім з'ясувалось, охоплює аксіоми гіпергруп. У 70–80-х рр. проводились дослідж. із теорії зображень груп, алгебрич. теорії кодування, теорії напівгруп у Харків. інституті радіоелектроніки (С. Берман, Л. Глускін), з абстрактної теорії груп та опису груп з обмеженнями для підгруп в Інституті математики АН УРСР та Київ. пед. інституті (*С. Черников* та його учні Д. Зайцев, С. Левищенко). Абстрактні алгебричні дослідж. застосовуються у *фізиці*, кібернетиці та інформатиці. Знач. внесок для цього зробили перший дир. Інституту кібернетики НАНУ академік В. Глушков та його учні: Ю. Капітонова, О. Летичевський, *В. Редько*, *Г. Цейтлін*.

Сучасні алгебричні дослідж. в Україні ведуться за такими напрямками: теорія груп (*В. Сущанський*, М. Кузенний, Л. Курдаченко, Ф. Лиман, А. Петравчук, Я. Сисак, М. Черников, *В. Устименко*, О. Артемович, *М. Семко*); теорія зображень (Ю. Дрозд, П. Гудивок, О. Завадський, В. Кириченко, *Л. Назарова*, *А. Ройтер*, *В. Сергійчук*, В. Бондаренко, С. Кругляк); теорія кілець та модулів (Ю. Дрозд, В. Кириченко, М. Комарницький, О. Горбачук); алгебра Лі та квантові групи (В. Дрінфельд, Ю. Дрозд, А. Климик, В. Любашенко, В. Мазорчук, А. Петравчук, *В. Футорний*); напівгрупи та майже кільця (Б. Новиков, *В. Усенко*, О. Ганюшкін); топологічна А. (М. Зарічний, *І. Протасов*, *В. Чарін*, Е. Зеленюк, Т. Банах). Питаннями, які безпосередньо пов’язані з А., займаються Л. Вайнерман, М. Кратко, А. Левитська, Л. Лісовик, *Ю. Самойленко* та ін. Курс А. – важл. складова частина матем. освіти учнів заг.-осв. шкіл та спеціалістів вищої кваліфікації. У шкіл. курсі А. вивчають такі розділи, як перетворення алгебрич. виразів, рівняння, нерівності з одним і двома невідомими та їхні системи. У вузів. курсі математики ці питання доповнюються новими розділами: системи лінійних рівнянь, скінченновимірні простори, лінійна алгебра, алгебричні системи (групи, кільця, поля).

Рекомендована література

1. Граве Д. А. Трактат по алгебраическому анализу. К., 1938;
2. Стройк Д. Коротка історія математики / Пер. з англ. К., 1960;
3. Гельфанд И. М. Лекции по линейной алгебре. Москва, 1966;
4. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. Москва, 1967;
5. Калужнін Л. А., Вишенський В. А., Шуб Ц. О. Лінійні простори. К., 1971;
6. Калужнин Л. А. Введение в общую алгебру. Москва, 1973;
7. Завало С. Т., Костарчук В. М., Хацет Б. І. Алгебра і теорія чисел: В 2 т. К., 1974;
8. 1976;
9. Гудивок П. М. Целочисленные представления конечных групп. Уж., 1978;
10. Глушков В. М., Ющенко Е. Л., Цейтлин Г. Е. Алгебра. Языки. Программирование. К., 1978;
11. Кострикин А. И., Манин Ю. И. Линейная алгебра и геометрия. Москва, 1980;
12. Дрозд Ю. А., Кириченко В. В. Конечномерные алгебры. К., 1980;
13. Черников С. Н. Группы с заданными свойствами системы подгрупп. Москва, 1980;
14. Завало С. Т., Левищенко С. С. та ін. Алгебра і теорія чисел: Практикум 1, 2. К., 1983;
15. 1986;
16. Калужнин Л. А., Сущанский В. И. Преобразования и перестановки. Москва, 1985;

17. Завало С. Т. Курс алгебри. К., 1986;
18. P. Gabriel, A. V. Roiter. Representations of finite dimensional algebras. Springer, 1992;
19. Y. A. Drozd, V. V. Kirichenko. Finite Dimensional Algebras (with an Appendix by V. Dlab). Springer, 1994;
20. A. Klimyk, K. Schmudgen. Quantum Groups and Their Representations. Springer; Berlin, 1997;
21. V. M. Futorny. Representations of affine Lie algebras // Queen's Papers in Pure and Applied Mathematics. Vol. 106. Queen's University, Kingston, ON, 1997;
22. I. Protasov, E. Zelenyuk. Topologies on Groups Deternined by Sequences. Lviv, 1999;
23. V. S. Mazorchuk. Generalized Verma Modules, Ergonyungskeihe, Bielefeld Univ., 1999.

Бібліографічний опис:

Алгебра / В. В. Кириченко // Енциклопедія Сучасної України [Електронний ресурс] / Редкол.: І. М. Дзюба, А. І. Жуковський, М. Г. Железняк [та ін.] ; НАН України, НТШ. – К. : Інститут енциклопедичних досліджень НАН України, 2001. – Режим доступу: https://esu.com.ua/article-43595